

Übung zur Vorlesung Präferenzaggregation durch Wählen: Algorithmik und Komplexität

Bearbeitungszeit: 21. Dezember bis 11. Januar, 12:00 mittags
Verantwortlich: Joanna Kaczmarek

Aufgabe 1 (15 Punkte): PV-CCAC

Das Wahlsystem Plurality Voting ist resistent gegenüber der konstruktiven Kontrolle durch Hinzufügen von Kandidaten. Die NP-Schwere des entsprechenden Kontrollproblems kann durch eine Reduktion von HITTING SET gezeigt werden.

HITTING SET (HS)	
<i>Gegeben:</i>	Eine Menge $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, wobei $m \geq 1$, eine Familie von Teilmengen $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ mit $S_i \subseteq B$ für alle i mit $1 \leq i \leq n$ und eine positive ganze Zahl k .
<i>Frage:</i>	Gibt es eine Teilmenge $B' \subseteq B$ mit $\ B'\ \leq k$ derart, dass B' mit jeder Teilmenge aus $\mathcal{S}$ einen nicht leeren Durchschnitt hat?

Für die Reduktion wird wie folgt aus einer HITTING SET-Instanz $(B, \mathcal{S}, k)$ eine Plurality-Wahl $(C \cup D, V)$ konstruiert: Die Menge C der registrierten Kandidaten sei

$$C = \{c, c', d\}.$$

Die Menge D der Füllkandidaten sei

$$D = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}.$$

Es sei nun c der ausgezeichnete Kandidat und die Wählerliste V bestehe aus den folgenden $7n - k - 2$ Stimmen über $C \cup D$:

(1)	$2n - m$	Wähler: $c \dots$
(2)	$2n - m - 1$	Wähler: $c' \dots$
(3)	$2n - k - 1$	Wähler: $d \dots$
(4)	Für jedes $i \in \{1, \dots, n\}$	1 Wähler: $S_i c' \dots$
(5)	Für jedes $j \in \{1, \dots, m\}$	1 Wähler: $b_j c \dots$
(6)	Für jedes $j \in \{1, \dots, m\}$	1 Wähler: $b_j c' \dots$

Vervollständigen Sie den Resistenzbeweis.

Aufgabe 2 (10 Punkte): AV-DCPV TP

Gegeben sei die Approval-Wahl (C, V) mit der Kandidatenmenge $C = \{a, b, c, d\}$ und den folgenden 8 Wählern in V :

$v_1 :$	$(1, 0, 0, 1)$	$v_5 :$	$(0, 0, 1, 0)$
$v_2 :$	$(1, 0, 0, 0)$	$v_6 :$	$(0, 0, 1, 1)$
$v_3 :$	$(1, 0, 0, 0)$	$v_7 :$	$(0, 0, 0, 1)$
$v_4 :$	$(0, 0, 1, 0)$	$v_8 :$	$(0, 0, 0, 1)$

- (a) Bestimmen Sie den Approval-Gewinner in der Wahl (C, V) .
- (b) Wenden Sie den aus der Vorlesung bekannten Algorithmus für AV-DCPV TP auf die Eingabe $((C, V), d)$ an.

Aufgabe 3 (15 Punkte): Fallback Voting and Bucklin Voting

Gegeben sei die Fallback-Wahl (C, V) mit 5 Kandidaten $C = \{a, b, c, d, e\}$ und 5 Wählern in V :

$v_1 :$	b	a	
$v_2 :$	b	c	d
$v_3 :$	c	e	d
$v_4 :$	a	d	
$v_5 :$	d	e	

Hierbei sind die angegebenen Kandidaten in den Stimmen diejenigen Kandidaten, die die Zustimmung des entsprechenden Wählers bekommen. Die restlichen Kandidaten werden in den Stimmen nicht aufgeführt.

- (a) Bestimmen Sie den oder die Fallback-Gewinner in der Wahl (C, V) .
- (b) Wie müssten die Stimmen der Wähler zu vollständigen Präferenzen ergänzt werden, damit Kandidat c eindeutiger Bucklin-Gewinner in der dadurch entstehenden Bucklin-Wahl wäre?
- (c) Kann es für Kandidat a eine erfolgreiche Erweiterung der Präferenzen wie in Aufgabe (b) geben?