

## Übung zur Vorlesung Präferenzaggregation durch Wählen: Algorithmik und Komplexität

Bearbeitungszeit: 19. Oktober bis 26. Oktober, 12:00 mittags

Verantwortlich: Marc Neveling

**Aufgabe 1 (13 Punkte):** Die Wahlsysteme Condorcet, Dodgson, Young und Copeland

Gegeben seien die beiden Wahlen  $(C, V)$  und  $(C, W)$ . Die Kandidatenmenge bestehe jeweils aus 4 Kandidaten,  $C = \{a, b, c, d\}$ , und die Präferenzen der Wähler seien wie folgt:

	$V$		$W$
Wähler $v_1$ :	$c > d > a > b$	Wähler $w_1$ :	$a > b > c > d$
Wähler $v_2$ :	$a > c > b > d$	Wähler $w_2$ :	$b > a > d > c$
Wähler $v_3$ :	$a > b > c > d$	Wähler $w_3$ :	$d > b > c > a$
Wähler $v_4$ :	$b > a > c > d$	Wähler $w_4$ :	$d > c > b > a$

Bestimmen Sie in beiden Wahlen den Condorcet-Gewinner (soweit dieser existiert), den Dodgson-, den Young und den Copeland-Gewinner.

**Aufgabe 2 (7 Punkte):** Mehrheitskriterium

- (a) Welche der folgenden Wahlsysteme erfüllen das Mehrheitskriterium: Veto, Condorcet, Single Transferable Vote (STV), Plurality with Runoff? Begründen Sie Ihre Antwort.

*Hinweis: Um zu zeigen, dass eine Eigenschaft nicht erfüllt ist, reicht die Angabe eines Gegenbeispiels aus.*

- (b) Was kann aus dem Ergebnis für das Condorcet-Wahlsystem aus Aufgabenteil (a) für die Wahlsysteme Copeland, Dodgson, Young und Black gefolgert werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 3 (6 Punkte):** Condorcet-Kriterium

- (a) Gegeben sei die Wahl  $(C_1, V_1)$  mit  $C_1 = \{a, b, c, d, e\}$  und  $V_1 = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ :

$v_1 : a \ b \ c \ d \ e$   
 $v_2 : a \ b \ c \ d \ e$   
 $v_3 : a \ b \ c \ d \ e$   
 $v_4 : b \ c \ d \ e \ a$

Für welche Ihnen bekannten Wahlsysteme zeigt diese Wahl, dass das Condorcet-Kriterium nicht erfüllt ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (b) Gegeben sei die Wahl  $(C_2, V_2)$  mit  $C_2 = \{a, b, c, d\}$  und  $V_2 = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ :

$v_1 : a \ b \ c \ d$   
 $v_2 : a \ b \ c \ d$   
 $v_3 : d \ b \ c \ a$   
 $v_4 : c \ b \ a \ d$   
 $v_5 : d \ b \ a \ c$

Für welche Ihnen bekannten Wahlsysteme zeigt diese Wahl, dass das Condorcet-Kriterium nicht erfüllt ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 4 (14 Punkte):** Konsistenz-Kriterium

- (a) Gegeben sei die Wahl  $(C_3, V_3)$  mit  $C_3 = \{a, b, c\}$ , 25 Wählern in  $V_3$  und eine Partition  $(V'_3, V''_3)$  von  $V_3$ :

	Gruppe	Anzahl	Präferenz
$V'_3$	1	7	$a \ b \ c$
	2	5	$b \ c \ a$
	3	4	$c \ a \ b$
$V''_3$	4	5	$a \ c \ b$
	5	4	$c \ b \ a$

Für welche Ihnen bekannten Wahlsysteme zeigt diese Wahl mit dieser Partition, dass das Konsistenz-Kriterium nicht erfüllt ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (b) Welche Wahlsysteme, die Sie kennen, erfüllen das Konsistenz-Kriterium? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie sie beweisen.