Prof. Dr. J. Rothe Düsseldorf, 13.12.2022

Übung zur Vorlesung
Algorithmische Spieltheorie

Blatt 10

Besprechung: 21. bis 23.12.2022

Verantwortlich: Anna Kerkmann

Aufgabe 1: Konvexe Spiele

Zeigen Sie, dass in einfachen, konvexen Spielen jeder Spieler entweder ein Veto-Spieler oder ein Dummy-Spieler ist.

Aufgabe 2: Banzhaf Index

Sei das gewichtetes Wahlspiel $G = (10, 16, 12, 14, 4; 30)$ mit Spielermenge $P = \{1, \ldots, 5\}$ gegeben.

(a) Berechnen Sie für alle Spieler den normalisierten Banzhaf Index.

(b) Berechnen Sie für alle Spieler den probabilistischen Banzhaf Index.

Aufgabe 3: Vector Weighted Voting Games

(a) Geben Sie explizit die Spielermenge P und die charakteristische Funktion v des einfachen Spieles $G = (P, v)$ an, welches durch das 4-gewichtete Wahlspiel $G' = (\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3, \vec{w}_4; \vec{q})$ mit

$$\begin{aligned}
\vec{w}_1 =& (5, 2, 1, 2),\\
\vec{w}_2 =& (3, 1, 4, 8),\\
\vec{w}_3 =& (6, 3, 2, 4),\\
\vec{w}_4 =& (2, 3, 3, 6),\\
\vec{q} =& (8, 3, 5, 10)
\end{aligned}$$

repräsentiert wird.

(b) Was ist die Dimension des einfachen Spiels G aus Teil (a)?

Aufgabe 4: Eigenschaften des Shapley-Werts

Seien $G_1 = (P, v_1)$ und $G_2 = (P, v_2)$ zwei kooperative Spiele. Dann sind die kooperativen Spiele $G_\vee = (P, v_1 \vee v_2)$ und $G_\wedge = (P, v_1 \wedge v_2)$ definiert durch

$$(v_1 \vee v_2)(C) = \max(v_1(C), v_2(C)) \text{ und}$$
$$(v_1 \wedge v_2)(C) = \min(v_1(C), v_2(C)) \text{ für alle } C \subseteq P.$$

Zeigen Sie, dass für alle $i \in P$ gilt, dass

$$\varphi_i(G_\vee) + \varphi_i(G_\wedge) = \varphi_i(G_1) + \varphi_i(G_2).$$