

Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik

Blatt 7, Abgabe: 21.05.2019 bis 10:30 Uhr

Besprechung: 28. und 29.05.2019

Verantwortlich: Marc Neveling

Aufgabe 1: Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind:

(a) $L_1 = \{0^m \mid m \text{ ist Quadratzahl}\} \subseteq \{0\}^*$

(b) $L_2 = \{ab^j a c^j a d^j a \mid j \geq 1\} \subseteq \{a, b, c, d\}^*$

Achten Sie auf eine vollständige Beweisstruktur.

Aufgabe 2: CYK-Algorithmus

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, N, S, P)$ mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $N = \{S, A, B\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow 00A \mid 00, \\ & A \rightarrow 1A11 \mid 111 \mid 0B \mid 0, \\ & B \rightarrow 0B \mid 0\}. \end{aligned}$$

(a) Geben Sie eine Ableitung für das Wort $w = 00100011$ an, wobei Sie nur die unmittelbare Ableitungsrelation nutzen.

(b) Entscheiden Sie mithilfe des Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami (CYK-Algorithmus), ob die Wörter

(i) $w_1 = 0011$ und

(ii) $w_2 = 001011$

in $L(G)$ liegen. Geben Sie die Tabelle bzw. Dreiecksmatrix dabei jeweils vollständig an.

(c) Geben Sie $L(G)$ formal als Menge von Wörtern nach folgendem Schema an, ohne weiteren Bezug auf G zu nehmen:

$$L(G) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \dots\}$$

Aufgabe 3: Abschlusseigenschaften kontextfreier Sprachen

Gegeben sei die Sprache $L = \{0^m 1^n \mid m, n \geq 1, n \neq m\} \subseteq \{0, 1\}^*$.

- (a) Jemand möchte zeigen, dass L kontextfrei ist, und gibt als Begründung an, dass $\overline{\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}} \cap \{0^m 1^n \mid m, n \geq 1\} = L$. Begründen Sie, warum diese Begründung nicht funktioniert.
- (b) Zeigen Sie nur mit Hilfe der Abschlusseigenschaften von kontextfreien Sprachen, dass L kontextfrei ist.

Hinweis: Aus der Vorlesung bekannte kontextfreie oder reguläre Sprachen dürfen benutzt werden.

Aufgabe 4: Kellerautomaten

Der Kellerautomat $M = (\{a, b\}, \{\#, A, B\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \delta, z_0, \#)$ verfügt über die folgenden Regeln um δ zu definieren:

$$\begin{aligned} z_0 a \# &\rightarrow z_1 A A \#, & z_1 b A &\rightarrow z_1 \lambda, & z_2 \lambda \# &\rightarrow z_0 \#, \\ z_0 b \# &\rightarrow z_2 B \#, & z_1 \lambda \# &\rightarrow z_0 \#, & z_3 \lambda B &\rightarrow z_2 \lambda, \\ z_0 \lambda \# &\rightarrow z_4 \lambda, & z_2 a B &\rightarrow z_3 \lambda, & z_3 \lambda \# &\rightarrow z_1 A \#, \\ z_1 a A &\rightarrow z_1 A A A, & z_2 b B &\rightarrow z_2 B B. \end{aligned}$$

- (a) Liegt das Wort $bababb$ in der Sprache des Kellerautomaten $L(M)$? Verwenden Sie in Ihrer Argumentation die entsprechende(n) Konfigurationsfolge(n).
- (b) Geben Sie jeweils die Inhalte des Kellers an, nachdem M die Zeichenketten $b^3 a b^4 a^3$ und $a^2 b^3$ gelesen hat.
- (c) Geben Sie $L(M)$ formal als Menge von Wörtern nach folgendem Schema an, ohne weiteren Bezug auf M zu nehmen:

$$L(M) = \{w \in \{a, b\}^* \mid \dots\}$$

- (d) Zeigen Sie, dass die Überföhrungsfunktion δ von M nicht deterministisch ist.