

Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik

Blatt 6, Abgabe: 14.05.2019 bis 10:30 Uhr

Besprechung: 21. und 22.05.2019

Verantwortlich: Marc Neveling

Aufgabe 1: Abschlusseigenschaften

- (a) Zeigen Sie nur mit Hilfe der Abschlusseigenschaften von regulären Sprachen, dass die Sprachen L_1, L_2 und L_3 nicht regulär sind. Verwenden Sie dabei weder das Pumping-Lemma noch den Satz von Myhill und Nerode. Geben Sie dabei an, welche Abschlusseigenschaften Sie verwenden.

Hinweis: Sprachen, die aus der Vorlesung oder von Übungsblättern als regulär oder nicht regulär bekannt sind, dürfen direkt verwendet werden. Sie dürfen außerdem annehmen, dass die Sprache $\{a^n \mid n \text{ ist eine Primzahl}\} \subseteq \{a\}^$ nicht regulär ist.*

$$L_1 = \{a^m b^m \mid m \geq 0\} \subseteq \{a, b\}^*$$

$$L_2 = \{a^n \mid n = s \cdot t \text{ für } s, t \in \mathbb{N} \text{ und } s, t > 1\} \subseteq \{a\}^*$$

$$L_3 = \{0^m 1^n \mid 0 \leq m < n\} \subseteq \{0, 1\}^*$$

- (b) Beweisen Sie die Aussage aus der Vorlesung, dass REG abgeschlossen unter Komplementbildung ist.

Aufgabe 2: λ -freie Grammatiken

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, N, S, P)$ mit $\Sigma = \{c, d\}$, $N = \{S, A, B, C\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow cA, \\ & A \rightarrow dAB \mid \lambda, \\ & B \rightarrow cc \mid BC \mid C, \\ & C \rightarrow dd \mid \lambda \}. \end{aligned}$$

- (a) Geben Sie einen Syntaxbaum für die Ableitung des Wortes $w = cdccdd$ in der Grammatik G an.
- (b) Überführen Sie G , wie im Beweis zu Satz 3.3 des Skripts, in eine äquivalente λ -freie kontextfreie Grammatik. Geben Sie dabei alle relevanten Zwischenschritte an.

Aufgabe 3: Eliminierung einfacher Regeln

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, N, E, P)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{E, F, G, H, J, K\}$ und

$$P = \{E \rightarrow G, \\ G \rightarrow F \mid a, \\ F \rightarrow E \mid H, \\ H \rightarrow J \mid aH, \\ J \rightarrow K, \\ K \rightarrow bK \mid b\}.$$

- (a) Eliminieren Sie die einfachen Regeln, indem Sie die Konstruktion aus dem Beweis von Satz 3.6 des Skripts benutzen. Erläutern Sie Ihre Zwischenschritte.
- (b) Geben Sie $L(G)$ formal als Menge von Wörtern nach folgendem Schema an, ohne weiteren Bezug auf G zu nehmen:

$$L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid \dots\}$$

Aufgabe 4: Normalformen

Gegeben sei die Grammatik

$$G = (\{a, b, c\}, \{S, A, B\}, S, \{S \rightarrow AB, \\ A \rightarrow ab \mid aAb, \\ B \rightarrow c \mid cB\}).$$

- (a) Bestimmen Sie, wie im Beweis zu Satz 3.9 des Skripts, eine zu G äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform. Erläutern Sie Ihre Zwischenschritte.
- (b) Ist die Grammatik G in Greibach-Normalform? Falls nein, geben Sie als Begründung alle Regeln an, welche nicht von der richtigen Form sind. Geben Sie außerdem eine zu G äquivalente Grammatik an, die in Greibach-Normalform ist.
- (c) Geben Sie $L(G)$ formal als Menge von Wörtern nach folgendem Schema an, ohne weiteren Bezug auf G zu nehmen:

$$L(G) = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \dots\}$$