Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik

Blatt 5, Abgabe: 07.05.2019 bis 10:30 Uhr Besprechung: 14. und 15.05.2019 Verantwortlich: Marc Neveling

Aufgabe 1: Pumping-Lemma

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

(a)
$$L_1 = \{y^k \mid k \ge 2 \text{ und } y \in \{a, b\}^*\} \subseteq \{a, b\}^*$$

(b)
$$L_2 = \{a^n b^m c^{\max\{n,m\}} \mid n, m \ge 1, n \ne m\} \subseteq \{a, b, c\}^*$$

Hinweise: Achten Sie dabei auf eine gut ersichtliche Beweisstruktur (was ist zu zeigen, was wird zu einem Widerspruch geführt, etc.), darauf, dass alle Einzelschritte nachvollziehbar sind (führen Sie verwendete Regeln auf, begründen Sie, warum Sie mit diesem Wort/dieser Zahl argumentieren dürfen, welche Eigenschaften eine Variable hat, etc.), und definieren Sie alle verwendeten Variablen.

Aufgabe 2: Myhill-Nerode Äquivalenzklassen

Betrachten Sie die Sprache $L = \{01, 1, 10, 001, 0011\} \subseteq \{0, 1\}^*$.

- (a) Geben Sie ein $z \in \{0,1\}^*$ an, für das $1z \in L$, aber $001z \notin L$ gelten.
- (b) Geben Sie ein $z \in \{0, 1\}^*$ an, für das $10z \in L$ und $001z \in L$ gelten.
- (c) Betrachten Sie die beiden Myhill-Nerode Äquivalenzklassen [01] und [1] von L. Zeigen Sie, dass $[01] \neq [1]$ gilt.
- (d) Zeigen Sie, dass die Anzahl der paarweise verschiedenen Myhill-Nerode Äquivalenzklassen von L endlich ist.

Aufgabe 3: Satz von Myhill und Nerode

Zeigen Sie, dass folgende Sprache nicht regulär ist, indem Sie den Satz von Myhill und Nerode anwenden und entsprechend begründen:

$$L_3 = \{a^{n^3} \mid n \ge 1\} \subseteq \{a\}^*.$$

Hinweis: Es genügt hier nicht, eine unendliche Menge von Äquivalenzklassen anzugeben! Sie müssen außerdem zeigen, dass diese unterschiedlich sind!

Aufgabe 4: Minimalautomaten

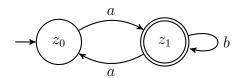
(a) Betrachten Sie den DFA $M=(\Sigma,Z,\delta,z_0,F)$ mit $\Sigma=\{a,b\},Z=\{z_0,z_1,z_2,z_3,z_4\},F=\{z_4\}$ und δ wie folgt:

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
a	z_4	z_2	z_2	z_3	z_3
b	z_0	z_4	z_4	z_4	z_2

- (i) Bestimmen Sie mit Mitteln aus der Vorlesung unter Angabe der Tabelle mit den Markierungen einen zu M äquivalenten Minimalautomaten M' und geben Sie M' in einer geeigneten Form an.
- (ii) Geben Sie die Anzahl der paarweise verschiedenen Myhill-Nerode Äquivalenzklassen bezüglich $\mathcal{L}(M)$ an.
- (iii) Geben Sie alle paarweise verschiedenen Myhill-Nerode Äquivalenzklassen bezüglich L(M) in der Form $[Repr\"{a}sentant]$ an und begründen Sie, warum diese paarweise verschieden sind. Bitte achten Sie auf eine formale Begründung. Es reicht hier nicht, anzugeben,

Bitte achten Sie auf eine formale Begründung. Es reicht hier nicht, anzugeben, dass ein Wort in der einen, aber nicht in der anderen Äquivalenzklasse liegt und die Klassen somit verschieden sein müssen. Dies müsste gezeigt werden.

(b) Gegeben Sei der folgende DFA M'':



Bestimmen Sie mit Mitteln aus der Vorlesung einen zu M'' äquivalenten Minimalautomaten M''' und geben Sie diesen in geeigneter Form an. Begründen Sie dabei kurz Ihr Vorgehen.