Prof. Dr. J. Rothe Düsseldorf, 23.04.2019

Übung zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Blatt 4, Abgabe: 30.04.2019 bis 10:30 Uhr
Besprechung: 07. und 08.05.2019
Verantwortlich: Marc Neveling

Aufgabe 1: Wiederholung

(a) Sei Σ ein Alphabet.

Gilt $\lambda \in \Sigma$? Begründen Sie Ihre Antwort mit eigenen Worten.

(b) Sei $\Sigma = \{01, 2\}$ und $w = 01$.

Geben Sie $\|\Sigma\|$ und $|w|$ explizit an. Begründen Sie.

(c) Sei $\Sigma = \{\dagger, \P, \copyright\}$ und $L = \{\dagger\copyright, \P\dagger, \dagger\}$.

Geben Sie L^0 und L^2 explizit an. Geben Sie zudem $\|L^3\|$ an.

(d) Seien $L_1 = \{01, 2\}$ und $L_2 = \{10, 1\}$ Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1, 2\}$.

Geben Sie $L_1 L_2$ explizit an.

(e) Betrachten Sie Regeln der Form $p \to q$ mit $p \in N^+$ und $q \in N\Sigma \cup \Sigma N$.

Geben Sie für $\Sigma = \{\boldsymbol{\Delta}, \square, \boldsymbol{\nabla}\}$ und $N = \{\text{♋}, \text{♍}, \text{♑}\}$ eine Regel an, die diese Form erfüllt, und eine Regel, die sie nicht erfüllt. Begründen Sie Ihre Aussagen.

(f) Negieren Sie die folgenden Aussagen.

(i) $(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x)[f(x) < \varepsilon \Longrightarrow g(x) < \delta]$

(ii) $(\exists n \geq 1)(\forall x : |x| \geq n)(\exists u, v, w \in \Sigma^*)[x = uvw \wedge |uv| \leq n \wedge |v| \geq 1 \wedge (\forall i \geq 0)[uv^i w \in L]]$

Aufgabe 2: Reguläre Ausdrücke

(a) Sei α ein regulärer Ausdruck über einem Alphabet Σ. Nach der Definition aus der Vorlesung sind folgende Kurzschreibweisen *keine* regulären Ausdrücke. Geben Sie jeweils einen regulären Ausdrück an, der die gleiche Sprache akzeptiert.

(i) α^n mit $L(\alpha^n) = L(\alpha)^n$, die n-fache Wiederholung von α,

(ii) $\alpha?$ mit $L(\alpha?) = \{\lambda\} \cup L(\alpha)$, was α oder das leere Wort akzeptiert,

(iii) $.$ mit $L(.) = \{a | a \in \Sigma\}$, was jedes beliebige Zeichen im Alphabet akzeptiert.

(b) Geben Sie einen regulären Ausdruck für die folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, \ldots, z, 0, \ldots, 9, .\}$ an, welche aus Übungsblatt 2 bekannt ist:

$$L = (\Sigma - \{0, \ldots, 9, .\})(\Sigma - \{.\})^*\{.\}(\Sigma - \{0, \ldots, 9, .\})^2(\Sigma - \{0, \ldots, 9, .\})^*$$

Aufgabe 3: Regulärer Ausdruck → NFA

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet. Betrachten Sie den regulären Ausdruck $\gamma = (a + b)^*$ über Σ. Geben Sie den Zustandsgraphen eines NFA N' mit $L(N') = L(\gamma)$ an. Konstruieren Sie dazu N' wie im Beweis zu Satz 2.23 und geben Sie dabei jeden Teilautomaten als Zustandsgraphen an.

Aufgabe 4: NFA → Regulärer Ausdruck

Gegeben sei der NFA $N = (\Sigma, Z, \delta, \{z_0\}, F)$ mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}$, $F = \{z_2\}$ und δ wie folgt:

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
0	$\{z_0, z_1\}$	$\{z_3\}$	$\{z_4\}$	$\{z_2\}$	$\{z_4\}$
1	$\{z_0, z_1\}$	$\{z_2\}$	$\{z_4\}$	$\{z_4\}$	$\{z_4\}$

Bestimmen Sie einen regulären Ausdruck γ mit $L(\gamma) = L(N)$, indem Sie ein entsprechendes Gleichungssystem lösen. Vereinfachen Sie γ so weit wie möglich und geben Sie dabei alle relevanten Zwischenschritte an.

Aufgabe 5: Pumping-Lemma für reguläre Sprachen

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, dass die folgende Sprache nicht regulär ist:

$$L = \{0^m 1^k \mid 0 \leq m < k, m, k \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0, 1\}^*.$$