

Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik

Blatt 2, Abgabe: 16.04.2019 bis 10:30 Uhr

Besprechung: 23. und 24.04.2019

Verantwortlich: Marc Neveling

Aufgabe 1: Alphabete, Wörter und Sprachen

Angenommen, Sie wollen sich nach einem anstrengenden Tag in der Universität ein leckeres Abendessen zubereiten. In Ihrem Kühlschrank befinden sich die Zutaten *Fleisch*, *Halloumi*, *Gemüse* und *Salat*. Fleisch und Halloumi müssen jeweils zunächst entweder *gegrillt* oder *gebraten* werden. Gemüse und Salat müssen jeweils erst *geschnitten* werden, wobei Gemüse anschließend entweder noch *gegrillt* oder *gebraten* werden kann, aber keines von beidem muss. Zu einem Salat müssen Sie stets sofort nach dem Schneiden ein *Dressing zubereiten*. Zuletzt muss das gesamte Abendessen noch einmalig *angerichtet* werden. Daraus ergibt sich folgendes Alphabet:

$$\Sigma = \{\text{Fleisch, Halloumi, Gemüse, Salat, Grillen,} \\ \text{Braten, Schneiden, DressingZubereiten, Anrichten}\}$$

Jedes Wort über dem Alphabet Σ entspricht einem Rezept.

- (a) Konstruieren Sie ein Rezeptbuch mit genau drei verschiedenen Rezepten, die jeweils aus genau zwei verschiedenen Zutaten bestehen und die oben beschriebenen Regeln einhalten, indem Sie eine Sprache über Σ mit genau drei Wörtern erstellen, welche diesen Rezepten entsprechen.
- (b) Geben Sie für jedes Wort Ihrer erstellten Sprache die Länge an.
- (c) Wählen Sie eines Ihrer Rezepte aus und geben Sie für das Wort, welches diesem Rezept entspricht, das (eindeutig bestimmte) Anfangswort der Länge drei an.
- (d) Geben Sie für jedes Wort Ihrer erstellten Sprache genau die Teilwörter an, welche der fertigen Vorbereitung einer Zutat entsprechen.

Aufgabe 2: Operationen auf Sprachen

(1) Geben Sie die folgenden Sprachen formal als Mengen von Wörtern an und beschreiben Sie sie außerdem informal. (2) Nennen Sie zudem pro Aufgabenteil zwei Wörter, wobei eines in der Sprache liegt und eines nicht in der Sprache liegt.

- (a) $L_1 = (\Sigma - \{0, \dots, 9, .\})(\Sigma - \{.\})^*\{.\}(\Sigma - \{0, \dots, 9, .\})^2(\Sigma - \{0, \dots, 9, .\})^*$
mit $\Sigma = \{a, \dots, z, 0, \dots, 9, .\}$.

- (b) $L_2 = \overline{\emptyset}\{aa\}\overline{\emptyset}$ über $\Sigma = \{a, b\}$.
- (c) $L_3 = \overline{\{\lambda\}\{b\}}$ über $\Sigma = \{a, b\}$.
- (d) $L_4 = \{a\}\{aa\}^*\{b\}\{bb\}^* \cap \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$.
- (e) $L_5 = (\overline{\{0\}^+ \Sigma^+} - \{\lambda\}) \cap \Sigma^*(\{0\} \cup \{5\})$ über $\Sigma = \{0, \dots, 9\}$.

Aufgabe 3: Grammatiken I

Betrachten Sie die Grammatik $G = (\Sigma, N, S, P)$ mit $\Sigma = \{a, b, c\}$, $N = \{S, B, C, X\}$ und

$$\begin{aligned}
 P = \{ & S \rightarrow aSa \mid aXa, \\
 & X \rightarrow BCX \mid BC, \\
 & CB \rightarrow BC, \\
 & Ca \rightarrow ca, \\
 & Cc \rightarrow cc, \\
 & Bc \rightarrow bc, \\
 & Bb \rightarrow bb\}.
 \end{aligned}$$

- (a) Geben Sie eine Ableitung des Wortes $w = abbcca$ bezüglich der Grammatik G an, wobei Sie nur die unmittelbare Ableitungsrelation nutzen.
- (b) Modifizieren Sie G zu G' , so dass $\lambda \in L(G')$ und $L(G') = L(G) \cup \{\lambda\}$ gelten, indem Sie das Verfahren aus der Vorlesung in dem Abschnitt „Sonderregelung für das leere Wort“ anwenden.
- (c) Geben Sie $L(G)$ formal als Menge von Wörtern an, ohne weiteren Bezug auf G zu nehmen.
- (d) Betrachten Sie die Grammatik $G'' = (\Sigma, N, S, P'')$ mit

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad \text{und} \quad N = \{S, A, B, C, X\}$$

und

$$\begin{aligned}
 P'' = \{ & S \rightarrow aSa \mid aXa, \\
 & X \rightarrow BC, \\
 & B \rightarrow bB \mid b, \\
 & C \rightarrow cC \mid cA, \\
 & A \rightarrow a, \}.
 \end{aligned}$$

Sind die beiden Grammatiken G und G'' äquivalent? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4: Grammatiken II

Geben Sie für folgende Sprachen jeweils (1) eine Grammatik G_i mit $L(G_i) = L_i$, $1 \leq i \leq 2$, und (2) eine Ableitung des Wortes w_i bezüglich Ihrer Grammatik G_i an, wobei Sie nur die unmittelbare Ableitungsrelation nutzen.

(a) $L_1 = \{a^n b^n c^m d^m \mid n \geq 1, m \geq 0\}$ über $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ und $w_1 = a^3 b^3 c^2 d^2$.

(b) $L_2 = \{a^n b^n c^m d^m \mid n \geq 1, m \geq 0, n > m\}$ über $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ und $w_2 = w_1$.

Hinweis: Auf gute Ideen zur Konstruktion von G_1 und G_2 könnten Sie möglicherweise beim Betrachten der Grammatik G aus Aufgabe 3 kommen.