

Übung zur Vorlesung im SS 2016 Cake-cutting Algorithms

Blatt 3, Abgabe am 6. Mai 2016, Besprechung am 9./12. Mai 2016

Abgabe am Freitag wegen des Feiertags am Donnerstag! Die Abgabe ist ausnahmsweise auch per Mail möglich, an `selker@cs.uni-duesseldorf.de` bzw. `neugebauer@cs.uni-duesseldorf.de`

Aufgabe 1 (Super-Neidfreiheit): Gegeben sei eine Aufteilung $X_1, \dots, X_n$ eines Kuchens X unter n Spielern. Zeigen Sie, dass folgendes *nicht* gilt:
Falls für $X_1, \dots, X_n$ gilt, dass

$$v_i(X_i) > v_i(X_j) \text{ für alle } i, j \text{ mit } 1 \leq i, j \leq n, i \neq j, \quad (1)$$

so ist die Aufteilung super-neidfrei.

Aufgabe 2 (Doesn't Cut It Methode): Heute trifft sich Edgar mit David und Chris, und sie kochen sich eine leckere Lasagne. Alle drei haben großen Hunger und sind deswegen der Meinung, dass sie das ganze Blech auf jeden Fall aufessen werden. Zum Aufteilen benutzen sie, weil sie es ja nicht besser wissen, die *Doesn't Cut It*-Methode aus der Vorlesung. Da sie drei ehrliche Freunde sind, halten sich alle stets an die Strategien des Protokolls. Tabelle 1 zeigt die Bewertungen der entstandenen Aufteilung.

	X_1	X_2	X_3
David	$1/2$	$1/4$	$1/4$
Chris	$3/12$	$7/12$	$2/12$
Edgar	$4/12$	$3/12$	$5/12$

Tabelle 1: Bewertungen der Aufteilung.

Beantworten Sie die folgenden Fragen und begründen Sie jeweils Ihre Antworten.

- Welcher der drei Spieler hat als erster geschnitten? Welcher Spieler hat den zweiten Schnitt gemacht?
- Geben Sie die Aufteilung an, die entsteht, wenn die Spieler wie in (a) geschnitten haben. Dafür müssen Sie insbesondere angeben, in welcher Reihenfolge die Freunde wählen.

- (c) Begründen Sie, warum die Aufteilung aus (b) proportional ist und weshalb es diese geben kann, obwohl das Protokoll nicht proportional ist. Ist die Aufteilung auch neidfrei?

Aufgabe 3 (Austin’s Moving Knife Protokoll): Anna ist zu Besuch bei Belle, um deren neues Singleplayer-Spiel auszuprobieren. Belle hat das Spiel schon einmal durchgespielt und ist davon so begeistert, dass sie unbedingt nochmal spielen will—vor allem den letzten Teil fand sie spannend. Aber natürlich darf auch Anna mal an den Controller. Abbildung 1 zeigt, wie Anna und Belle die unterschiedlichen Abschnitte des Spiels bewerten.

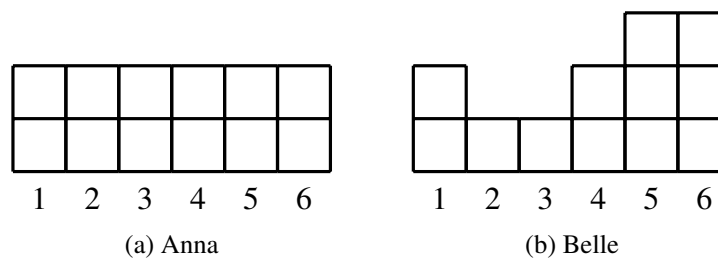


Abbildung 1: Bewertungen der Spielzeit.

Die beiden einigen sich darauf, *Austin’s Moving Knife*-Protokoll anzuwenden, um die Spielzeit gerecht untereinander aufzuteilen. Führen Sie das Protokoll durch (alle Spieler halten sich dabei an die vorgegebenen Strategien) und geben Sie dabei folgendes genau an:

- (a) Die Bewertungen von Anna und Belle der Portion links vom ersten Messer vor dem ersten „Stopp!“-Ruf, während es über den „Kuchen“ bewegt wird. Hierbei sollen die Bewertungen nur zu diskreten Zeitpunkten angegeben werden, wenn das Messer genau zwischen zwei Spalten steht.
- (b) Den Zeitpunkt, an dem das erste Mal „Stopp!“ gerufen wird, und den Spieler, der dies tut. Mit Zeitpunkt ist hier die Position des ersten Messers gemeint. Wie bewertet der andere Spieler das Stück links vom Messer?
- (c) Den Abstand zwischen dem linken und dem rechten Messer, während die beiden über dem „Kuchen“ bewegt werden (der Abstand kann und soll anhand der Spaltenbreite angegeben werden).
- (d) Den Zeitpunkt, an dem das zweite Mal „Stopp!“ gerufen wird und den Spieler, der dies tut (mit Zeitpunkt ist hier die Position des rechten Messers gemeint).
- (e) Die entstandenen Portionen und die Bewertungen dieser aus Sicht von Anna und Belle.
- (f) Wer sich seine Portion aussuchen darf und wie die Aufteilung zum Schluss aussieht.

Aufgabe 4 (Manipulierbarkeit in Austin's Moving Knife Protokoll): Betrachten Sie das Moving Knife Protokoll von Austin und beantworten Sie die folgenden Fragen. Begründen Sie jeweils ihre Antwort.

- (a) Ist Austin's Moving Knife Protokoll immun gegen Manipulation für risiko-scheue Spieler?
- (b) Ist Austin's Moving Knife Protokoll immun gegen Manipulation für risiko-scheue Spieler, wenn der Schritt-1-Rufer seine Portion in Schritt 3 zuerst aussuchen darf?