

Übung zur Vorlesung Algorithmische Spieltheorie

Blatt 1

Besprechung: 19. bis 21.10.2022

Verantwortlich: Anna Kerkmann

Aufgabe 1: Zahlenspiel

Spieler 1 und 2 wählen jeweils eine ganze Zahl x_1 bzw. x_2 aus der Menge $\{0, 1, \dots, 9\}$. Als Gewinn erhält Spieler $i \in \{1, 2\}$ den Wert

$$(x_i - x_1 \cdot x_2) \pmod{10}.$$

- Stellen Sie dieses Zahlenspiel in Normalform dar und geben Sie dabei die Gewinnfunktionen analog zum Gefangenendilemma in Tabellenform an.
- Gibt es in diesem Zahlenspiel eine dominante Strategie? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte in diesem Zahlenspiel.

Aufgabe 2: Pareto-Dominanz

Gegeben sei das folgende nichtkooperative Spiel in Normalform, bestehend aus

- zwei Spielern $P = \{1, 2\}$,
- der Menge $\mathcal{S} = S_1 \times S_2$ an Strategieprofilen mit $S_1 = S_2 = \{1, 2, 3\}$ und
- folgenden Gewinnfunktionen g_1 und g_2 in Tabellenform:

		Spieler 2		
		1	2	3
Spieler 1	1	(2,5)	(4,3)	(3,3)
	2	(1,2)	(3,3)	(5,1)
	3	(1,4)	(4,2)	(5,1)

- Geben Sie zwei Strategieprofile \vec{s} und \vec{t} aus \mathcal{S} an, sodass \vec{t} von \vec{s} stark Pareto-dominiert wird.
- Geben Sie zwei Strategieprofile \vec{s} und \vec{t} aus \mathcal{S} an, sodass \vec{t} von \vec{s} Pareto-dominiert, aber nicht stark Pareto-dominiert wird.

- (c) Geben Sie zwei Strategieprofile \vec{s} und \vec{t} aus \mathcal{S} an, sodass \vec{t} von \vec{s} schwach Pareto-dominiert, aber nicht Pareto-dominiert wird.
- (d) Geben Sie alle Pareto-Optima und schwachen Pareto-Optima im gegebenen Spiel an.

Aufgabe 3: Zehn Nash-Gleichgewichte

Entwerfen Sie ein Spiel mit zwei Spielern, welches insgesamt 10 Nash-Gleichgewichte hat und die folgenden Bedingungen erfüllt. Ein *bestes Nash-Gleichgewicht* ist hierbei ein Nash-Gleichgewicht, bei dem die Summe der Gewinne aller Spieler maximal ist (im Vergleich zu den anderen Nash-Gleichgewichten). Für die Nash-Gleichgewichte soll gelten:

- vier sind weder beste Nash-Gleichgewichte noch Profile dominanter Strategien,
- drei sind beste Nash-Gleichgewichte, die keine Profile dominanter Strategien sind,
- zwei sind Profile dominanter Strategien, die keine besten Nash-Gleichgewichte sind,
- eins ist ein Profil dominanter Strategien, das auch ein bestes Nash-Gleichgewicht ist.

Geben Sie Ihr Spiel in Normalform—mit Gewinnfunktion in Tabellenform—an, und geben Sie alle Nash-Gleichgewichte, besten Nash-Gleichgewichte, dominanten Strategien, und Profile dominanter Strategien ausdrücklich an.

Hinweis: Es gibt ein Zwei-Personen-Spiel mit vier Strategien pro Person, das diese Bedingungen erfüllt.